0/1 Knapsack Problem

Fill the object in the bag such that the total profit is maximized.

max $\sum P_i x_i$

$\sum w_i x_i \le m$

0 : Don't carry at all
1 : Carry that object

NO FRACTION

Profit $P = \{1, 2, 5, 6\}$
weight $w = \{2, 3, 4, 5\}$

$m = 8$ → Bag capacity
$n = 4$

"เวลา consider row 2 จะหมายถึง รวม row ก่อนหน้า ไปด้วย!"

			0	1	2	3	4	5	6	7	8
P	ω	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	1	0								
2	3	2	0								
5	4	3	0								
6	5	4	0								

→ Row นี้ no object included

เลขที่ใส่ในตารางคือ profit

			0	1	2	3	4	5	6	7	8
P	ω	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
2	3	2	0								
5	4	3	0								
6	5	4	0								

1. weight มีค่า 2 แล้ว ดู col 2 เลย
2. ใส่ previous value (เหมือนช่องบน) ช่องว่างก่อนหน้า
3. ที่เหลือ capacity เพิ่ม แต่เรา consider 1 item

			0	1	2	3	4	5	6	7	8
P	ω	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
2	3	2	0	0	1	2	max ↑ ← 2	3	3	3	3
5	4	3	0								
6	5	4	0								

			0	1	2	3	4	5	6	7	8
P	ω	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
2	3	2	0	0	1	2	max ↑ ← 2	3	3	3	3
5	4	3	0	0	1	2	5	5	6	7	7
6	5	4	0								

$$V[i, w] = \max\{V[i-1, w],\ V[i-1, w-w[i]] + P[i]\}$$

			0	1	2	3	4	5	6	7	8
P	w	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
2	3	2	0	0	1	2	← max ↑ 2	3	3	3	3
5	4	3	0	0	1	2	5	5	6	7	7
6	5	4	0	0	1	2	5	6	6	7	8

$$V[i, w] = \max\{V[i-1, w],\ V[i-1, w-w[i]] + P[i]\}$$

$$V[4, 1] = \max\{\underset{0}{V[3, 1]},\ \underset{[3, -4]:\ \text{undefined}}{V[3, 1-5]} + 6\}$$

$$V[4, 5] = \max\{V[3, 5],\ V[3, 5-5] + 6\}$$

$$5 < 0 + 6$$

$$V[4, 6] = \max\{V[3, 6],\ V[3, 6-5] + 6\}$$

$$6 = 0 + 6$$

$$V[4, 7] = \max\{V[3, 7],\ V[3, 7-5] + 6\}$$

$$7 = 1 + 6$$

$$V[4, 8] = \max\{V[3, 8],\ V[3, 8-5] + 6\}$$

$$7 < 2 + 6$$

Solution (How to answer?!)

x_1, x_2, x_3, x_4

			0	1	2	3	4	5	6	7	8
P	w	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
2	3	2	0	0	1	2	2	3	3	3	3
5	4	3	0	0	1	2	5	5	6	7	7
6	5	4	0	0	1	2	5	6	6	7	8

1. มองแล้ว 8 ไม่ได้มาจาก row อื่น ดังนั้น x_4, included
2. เหลือ 2 แล้ว 2 ก็มาจาก item 2 เหมือนกัน แปลว่าไม่ใช่ 3 ละ

$8 - 6 = 2$

$2 - 2 = 0$

$$\left\{\begin{matrix} x_1, & x_2, & x_3, & x_4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{matrix}\right\} \#$$