

NP-hard and NP-complete Problems

- One problem is solved, all should be solved (Need to show relationship between them)
- When we unable to write deterministic alg, then write non-deterministic alg for them

Polynomial Time

Linear Search - n
 Binary Search - $\log n$
 Insertion Sort - n^2
 Merge Sort - $n \log n$
 Matrix Multiplication - n^3

Exponential Time

0/1 Knapsack - 2^n
 Travelling SP - 2^n
 Sum of Subsets - 2^n
 Graph Coloring - 2^n
 Hamiltonian Cycle - 2^n

ဘေးဒီဇိုင်းပေးနေတာတွေ

ဒီဟာတွေက algorithm
 တို့ဟာ polynomial time ချိတ်??

- Deterministic Algorithm (Taylor Swift)**
 An algorithm that behaves predictably, given the same input, it always produce the same output and follows the same sequences of steps.
- Non-deterministic Algorithm (Kanye West)**
 An algorithm that can make "guesses" at each step and may have multiple possible paths of execution.
 It accepts a solution as soon as it finds one.
 Often used to define NP problems.

မေးခွန်း: ဒီ algorithm တွေက အဲဒါတွေကို အကဲဖြတ်ပေးတာတွေကို ဘယ်လိုခေါ်လဲ?
 အဲဒါတွေက algorithm တွေက $O(1)$ Knapsack (သို့မဟုတ် $O(n)$ Polynomial)
 ကိစ္စတွေ statements တွေက မှန်မမှန်ကို leave blank ခဲ့

```

Algorithm NSearch(A, n, key) {
    j = choice();
    if (key == A[j]) {
        print(j);
        success();
    } else {
        print(o);
        failure();
    }
}
    
```

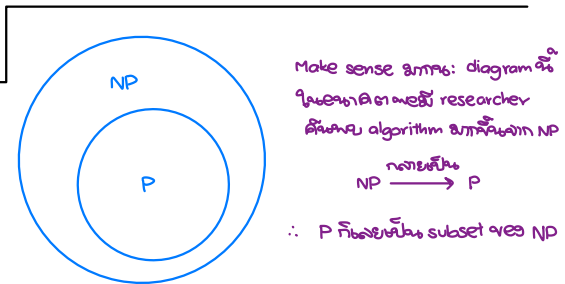
Non-deterministic
 မှန်မှန်သာ
 စက်လမ်းကို 1 unit of time
 ကို $O(1)$ ချိတ်

A	1	3	1	9	8	9
	0	1	2	3	4	5

key = 3 ; ဒါက အကဲဖြတ်ပေးတာတွေ
 ဒါက index ၃ ကို ဖော်ပြနေတာ
 မှန်မှန်သာ

မေးခွန်း: ဒီ algorithm တွေက $O(1)$
 ဒါက n ချိတ်မှ မှန်မှန်သာ Binary Search ချိတ် $O(\log n)$

P : set of deterministic that takes polynomial time
 NP : set of non-deterministic that takes polynomial time



Next Question: ဘေးဒီဇိုင်း solve algorithm ဘေးဒီဇိုင်း relate them together
 ကိစ္စက: relate ဘေးဒီဇိုင်း algorithm ကိုယ်ပိုင်, ကိစ္စက foundation ကိုယ်ပိုင်
 $\therefore$ base problem $\rightarrow$ Satisfiability Problem

CNF-Satisfiability : Want to find out what values of x_i the CNF formula is true?

$x_i = \{x_1, x_2, x_3\}$ Boolean variables

CNF = $(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3)$
 Clause 1 Clause 2

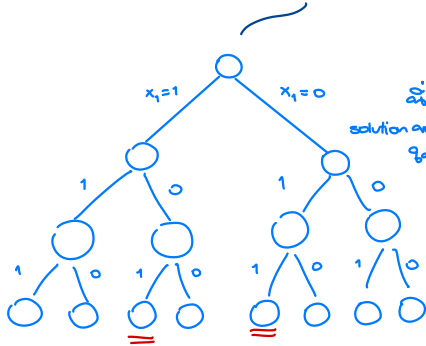
x_1	x_2	x_3
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

ဒါတွေက အကဲဖြတ်ပေးတာတွေကို ဘေးဒီဇိုင်း

2^n ချိတ်
 (Exponential time)
 ဒါက n ကိစ္စက: မှန်မှန်သာ

Exponential Time
 0/1 Knapsack - 2^n
 Travelling SP - 2^n
 Sum of Subsets - 2^n
 Graph Coloring - 2^n
 Hamiltonian Cycle - 2^n

ဒါက solution အကဲဖြတ်
 အကဲဖြတ် state space tree ချိတ်



ဆိုတဲ့ အား represent
solution အား problem အား
the state space tree လို့

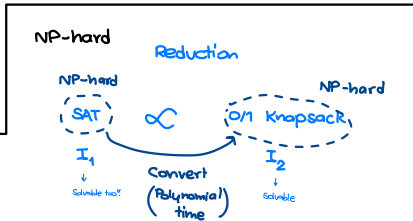
⇒ we have to show that
Exponential Time
0/1 Knapsack = NP
Traveling SP = NP
Sum of Subsets = NP
Graph Coloring = NP
Hamiltonian Cycle = NP

are similar to CNF-Satisfiability

∴ ဂီ CNF → polynomial လို့
အားမရှိနိုင်ဘူးလို့ပြနိုင်တာ

0/1 Knapsack $P = \{10, 8, 12\}$ $n=3$
 $w = \{5, 4, 3\}$ $m=8$ (Capacity)
 $x_i = \{ _ _ _ \}$
 2³ possibility အားမရှိဘူး

အားမရှိဘူး



အားမရှိဘူး Non-deterministic အားမရှိဘူး

SAT အားမရှိဘူး ⇒ အားမရှိဘူး NP-complete



∴ If reducing into some problem
that problem is also becoming NP-hard
(Show relationship as well)

